University of Science and the Technology
Houari Boumediene (USTHB)

Faculty of Physics

CHAPTER 2
DYNAMICS

(Exercises of gravitational forces)

1st year LIC.INFORMATIQUE –SEC4

❑ Série.02 : Dynamique du point

EXERCICE 5:

1- Rappeler l'expression de la force d'attraction entre deux corps, supposés ponctuels, de masses respectives m_1 et m_2 distants de d.

2- Montrer que l'intensité du champ de gravitation terrestre à une altitude h peut se mettre sous la forme:

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

Où g_0 est l'intensité du champ de gravitation terrestre au niveau du sol et *R* le rayon de la terre.

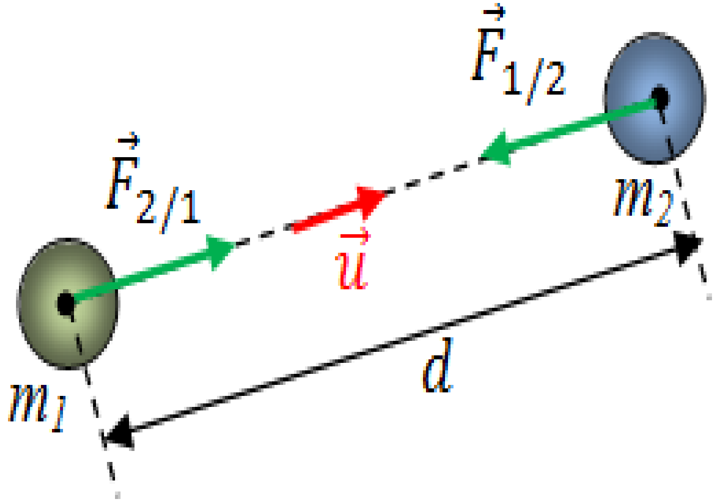
3- On met sur une orbite circulaire un satellite de masse m à une altitude h

a) Montrer que le mouvement de ce satellite est uniforme.

b) Établir l'expression de la vitesse v du satellite et de sa période T en fonction de g_0, h et R

❑ Série.02 : Dynamique du point

1- Rappeler l'expression de la force d'attraction entre deux corps, supposés ponctuels, de masses respectives m_1 et m_2 distants de d.



$$\vec{F}_{2/1} = -\vec{F}_{1/2} = -G\frac{m_1 m_2}{d^2}\vec{u}$$

❑ Série.02 : Dynamique du point

2- Montrer que l'intensité du champ de gravitation terrestre à une altitude h peut se mettre sous la forme:

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

Où g_0 est l'intensité du champ de gravitation terrestre au niveau du sol et *R* le rayon de la terre.

✓ **Si un corps de masse *m* est situé à proximité de la surface terrestre, alors la distance entre le centre de la Terre et ce corps correspond au rayon terrestre R_T. Dans ces conditions, le poids correspond à la force gravitationnelle exercée par la Terre sur l'objet.**

$$\vec{p} = \vec{F} = -G\frac{M_T m}{R_T^2}\vec{u}_r$$

Sachant que le poids est donné par : ***$p = mg_0$***
alors :

$$\vec{p} = m\left(-G\frac{M_T}{R_T^2}\right)\vec{u}_r \rightarrow \vec{g}_0 = -G\frac{M_T}{R_T^2}\vec{u}_r$$

❑ Série.02 : Dynamique du point

2- Montrer que l'intensité du champ de gravitation terrestre à une altitude h peut se mettre sous la forme:

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

Où g_0 est l'intensité du champ de gravitation terrestre au niveau du sol et *R* le rayon de la terre.

$$g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2} \qquad (1)$$

g_0 correspond à l'intensité de la pesanteu

Si l'objet se trouve à une altitude *h* par rapport au niveau de la mer, on remplacera R_T par $(R_T + h)$ et la reltion (1) devient:

$$g_h = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2} \qquad (2)$$

❑ Série.02 : Dynamique du point

2- Montrer que l'intensité du champ de gravitation terrestre à une altitude h peut se mettre sous la forme:

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

Où g_0 est l'intensité du champ de gravitation terrestre au niveau du sol et *R* le rayon de la terre.

La relation entre l'intensité de la pesanteur à une altitude *h* et l'intensité au niveau de la mer correspond à :

$$\frac{g_h}{g_0} = \frac{G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}}{G\frac{M_T}{{R_T}^2}} \rightarrow g_h = g_0 \frac{{R_T}^2}{(R_T+h)^2}$$

❑ Série.02 : Dynamique du point

3- On met sur une orbite circulaire un satellite de masse m à une altitude h

a) Montrer que le mouvement de ce satellite est uniforme.

✓ **La Terre, de masse M, exerce sur le satellite, de masse *m*, une force d'attraction gravitationnelle :**

$$\vec{F} = -G\frac{M_T m}{r_{TS}^2}\vec{u}_r \qquad (3)$$

Cette force est radiale dirigée vers le centre de la terre.

Sachant que, $\vec{u}_r = -\vec{u}_n$, alors la force a la même direction et le même sens que l'accélération normale donc :

$$\vec{F} = G\frac{M_T m}{r_{TS}^2}\vec{u}_N \qquad (4)$$

❑ Série.02 : Dynamique du point

3- On met sur une orbite circulaire un satellite de masse m à une altitude h

a) Montrer que le mouvement de ce satellite est uniforme.

D'après la 2ème loi de Newton, on a : $\vec{F} = m\vec{a}$

Dans la base de Frenet, on a $\vec{a} = a_t\vec{u}_t + a_N\vec{u}_N$

$$\vec{F} = m(a_t\vec{u}_t + a_N\vec{u}_N) \qquad (5)$$

Par identification entre les expressions (4) et (5) de la force, on a :

$$G\frac{M_T m}{r_{TS}^2}\vec{u}_N = m(a_t\vec{u}_t + a_N\vec{u}_N)$$

❑ Série.02 : Dynamique du point

3- On met sur une orbite circulaire un satellite de masse m à une altitude h

a) Montrer que le mouvement de ce satellite est uniforme.

$$a_t = 0 \quad et \quad a_N = G\frac{M_T}{r_{TS}^2} \qquad (6)$$

Donc le satellite fait un mouvement sur une trajectoire circulaire uniforme autour de la terre.

❑ Série.02 : Dynamique du point

b) Établir l'expression de la vitesse v du satellite et de sa période T en fonction de g_0, h et R

Pour obtenir la vitesse du satellite, on a :

$$a_N = \frac{v^2}{r_{TS}} \qquad (7)$$

En faisant l'égalité entre les équations (6) et (7), on a trouvé:

$$G\frac{M_T}{r_{TS}^2} = \frac{v^2}{r_{TS}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{r_{TS}}}$$

D'après l'équation (1), on a :

$$g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2} \rightarrow GM_T = g_0 R_T^2$$

❑ Série.02 : Dynamique du point

b) Établir l'expression de la vitesse v du satellite et de sa période T en fonction de g_0, h et R

Sachant que : $r_{st} = R_T + h$, (h est l'altitude), alors :

$$v = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{R_T + h}}$$

La période de révolution du satellite est donnée par
:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

❑ Série.02 : Dynamique du point

b) Établir l'expression de la vitesse v du satellite et de sa période T en fonction de g_0, h et R

Sachant que la vitesse angulaire est donnée par :

$$\omega = \frac{v}{r_{TS}}$$

On trouve :

$$T = 2\pi \frac{(R_T + h)}{v} \Leftrightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{g_0 R_T^2}}$$

❑ Série.02 : Dynamique du point

EXERCICE 6 :

On suppose que la terre (T) et la planète Mars (M) tournent autour du soleil (S) suivant des orbites circulaires. On assimile (T), (M) et (S) à des points matériels. La lumière du soleil met 8,3 minutes pour atteindre la terre.

1) Exprimer la force de gravitation $\vec{F}$, qu'exerce le soleil sur la terre en fonction du vecteur position $\vec{r}_{st}$, , de la masse du soleil, de la masse de la terre et de la constante de gravitation universelle .

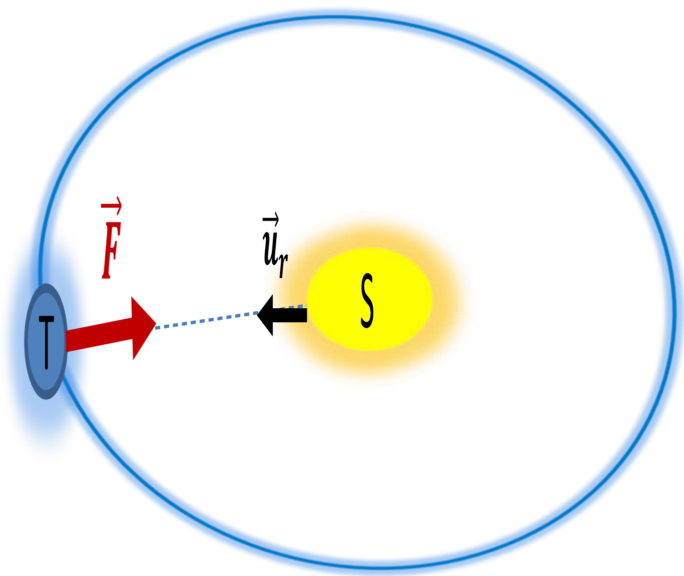
2) Sachant que la période de révolution de la terre autour du soleil est T_T = 365,25 jours. Calculer la masse m_s du soleil

3) La période de révolution de Mars autour du soleil étant T_M = 687 jours terriens.

Quel est le rapport r_{SM}/ r_{ST} entre la distance Soleil-Mars et la distance Soleil-Terre.

❑ Série.02 : Dynamique du point

1) Exprimer la force de gravitation $\vec{F}$, qu'exerce le soleil sur la terre en fonction du vecteur position $\vec{r}_{st}$, , de la masse du soleil, de la masse de la terre et de la constante de gravitation universelle .



$$\vec{F} = -G\frac{m_S m_T}{r_{ST}^2}\vec{u}_r$$

Et comme on a : $\vec{r}_{ST} = r_{ST}\,\vec{u}_r$

Alors : $\vec{u}_r = \dfrac{\vec{r}_{ST}}{r_{ST}}$

$$\Rightarrow \quad \vec{F} = -G\frac{m_S m_T}{r_{ST}^3}\vec{r}_{ST}$$

❑ Série.02 : Dynamique du point

2) Sachant que la période de révolution de la terre autour du soleil est $T_T = 365{,}25$ jours. Calculer la masse m_s du soleil

Selon la loi de gravitation --- > $\vec{F} = -G\dfrac{m_S m_T}{r_{ST}^2}\vec{u}_r$ $\quad (a)$

Selon la loi de Newton --- > $\vec{F} = m_T\vec{a} = m_T\left(a_t\vec{u}_t + a_n\vec{u}_n\right)$ **(Mouvement circulaire)**

En faisant la projection :

$$\begin{cases} (\vec{u}_t) : 0 = m_T\, a_t \\ (\vec{u}_n) : F = m_T\, a_n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_t = 0 \;\; Donc \;\; v = cte \quad (MCU) \\ F = m_T\, a_n, \quad a_n = f(T_T)? \end{cases}$$

❑ Série.02 : Dynamique du point

2) Sachant que la période de révolution de la terre autour du soleil est T_T = 365,25 jours. Calculer la masse m_s du soleil

On a :

$$a_n = {v^2}/{r_{ST}} \quad , \quad v = r_{ST}\,\omega \quad \text{et} \quad \omega = {2\pi}/{T_T}$$

ce qui donne :

$$a_n = r_{ST}\left({4\pi^2}/{T_T^2}\right) \quad \text{et} \quad \vec{F} = m_T r_{ST}\frac{4\pi^2}{T_T^2}\vec{u}_n \qquad (b)$$

En module, on a , l'égalité des deux équations (a) et (b) :

???

$$G\frac{m_S}{r_{ST}^2} = r_{ST}\frac{4\pi^2}{T_T^2} \Longrightarrow m_S = \frac{4\pi^2}{G}\frac{r_{ST}^3}{T_T^2}$$

❑ Série.02 : Dynamique du point

2) Sachant que la période de révolution de la terre autour du soleil est T_T = 365,25 jours. Calculer la masse m_s du soleil

On a comme donnée : *La lumière du soleil met 8,3 minutes pour atteindre la terre*

c.à.d, pour traverser la distance r_{ST} elle met un temps $\Delta t = 8.3$ min, et avec une vitesse $c = 8.10^8$ m/s

Ce qui implique : $c = \dfrac{r_{ST}}{\Delta t}$ Donc : $r_{ST} = c\Delta t$

Alors :

$$m_S = \frac{4\pi^2}{G}\frac{c^3\Delta t^3}{T_T^2} = \frac{10}{6.67\times10^{-11}}\frac{\left(3\times10^8\right)^3(8.3\times60)^3}{(365.25\times24\times60\times60)^2}$$

$$= 5.02\times10^{31}\,kg$$

❑ Série.02 : Dynamique du point

3) La période de révolution de Mars autour du soleil étant T_M = 687 jours terriens.

Quel est le rapport r_{SM}/ r_{ST} entre la distance Soleil-Mars et la distance Soleil-Terre.

Selon l'égalité (a) = (b) on a : $$\frac{r_{ST}^3}{T_T^2} = G\frac{m_S}{4\pi^2} = Cte$$

$$\forall\ la\ planète, on\ a: \frac{r_p^3}{T_p^2} = Cte$$

Donc, cette relation est valables pour la terre et la planète Mars, tel que :

$$\frac{r_{ST}^3}{T_{ST}^2} = \frac{r_{SM}^3}{T_{SM}^2} = Cte$$

❑ Série.02 : Dynamique du point

3) La période de révolution de Mars autour du soleil étant T_M = 687 jours terriens.

Quel est le rapport r_{SM}/r_{ST} entre la distance Soleil-Mars et la distance Soleil-Terre.

Ce qui donne le rapport $\left(\frac{r_{SM}}{r_{ST}}\right)^3 = \left(\frac{T_{SM}}{T_{ST}}\right)^2 = loi\ de\ Keppler$

$$==> \quad \frac{r_{SM}}{r_{ST}} = \left(\frac{T_{SM}}{T_{ST}}\right)^{2/3}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{r_{SM}}{r_{ST}} = \left(\frac{687}{365.25}\right)^{2/3} = 1.52$$