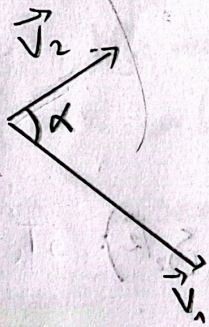


# Physique

## Les Vecteurs

I - a - Le produit scalaire : c'est un produit entre deux vecteurs, son résultat est un scalaire (nombre)

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = \text{Module } V_1 \times \text{Module } V_2 \times \cos \alpha \quad (\text{1}^{\text{ère}} \text{ Méthode})$$



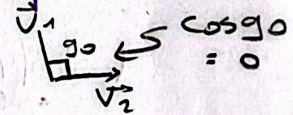
Peços de l'angle entre  $\vec{V}_1$  et  $\vec{V}_2$   
 $\alpha = (\vec{V}_1, \vec{V}_2)$

Note :

quand  $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = 0$

$$\vec{V}_1 \perp \vec{V}_2$$

perpendiculaire

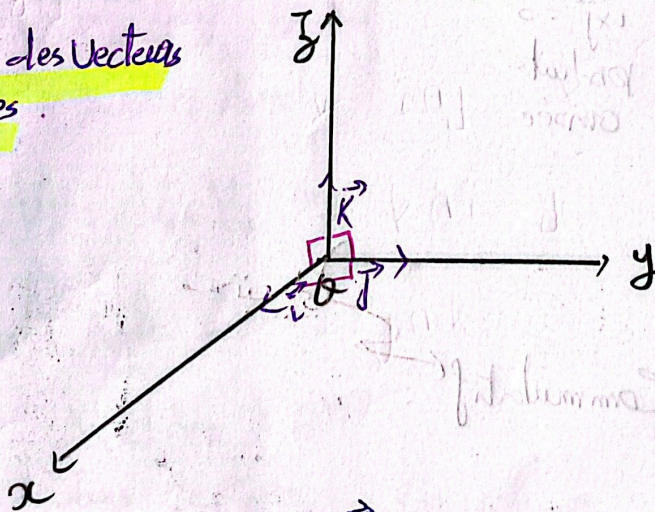


b - Coordonnées Cartésiennes (I, J, K forment un trièdre direct).

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  sont des vecteurs unitaires

$$\vec{V}_1 \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{V}_2 \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$$



Le produit scalaire de  $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2$  : (deuxième Méthode)

$$V_1 \cdot V_2 = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$$

Note : On utilise la 2<sup>ème</sup> méthode (dans) en coordonnées Cartésiennes

## Justifications :

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1 \quad [i \text{ scalaire } i = j \text{ scalaire } j = k \text{ scalaire } k]$$

$$\text{mais, } \vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$$

produits croisés

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = (x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} + z_1 \vec{k}) \cdot (x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j} + z_2 \vec{k})$$

$$= x_1 x_2 \vec{i} \cdot \vec{i} + x_1 y_2 \vec{i} \cdot \vec{j} + \dots = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

$\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$   
produits croisés

## Notes :

- Le produit est commutatif :

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = \vec{V}_2 \cdot \vec{V}_1$$

تبدیلی

- Le produit scalaire est distributif par rapport à l'addition.

$$\vec{V}_1 \cdot (\vec{V}_2 + \vec{V}_3) = \vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 + \vec{V}_1 \cdot \vec{V}_3$$

II

# Le produit Vectoriel

C'est un produit entre deux vecteurs dont le résultat est un vecteur

$$\vec{V}_1 \times \vec{V}_2 = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \vec{V}_3$$

Le produit vectoriel

$V_1, V_2, V_3$  dans cet ordre forment un trièdre directe selon le sens trigonométrique

propriété :

La direction  $V_3$  perpendiculaire au plan formé par  $V_1$  et  $V_2$

Le sens :  $\vec{V}_1, \vec{V}_2$  et  $\vec{V}_3$  forment un trièdre directe

Le module :  $V_3 = V_1 \times V_2 \cdot \sin \alpha$

L'angle entre

$$V_1 \text{ et } V_2 = 180^\circ$$

dans ce cas

$$\sin 0^\circ = 0 \leftarrow \text{si ils ont le même sens}$$

$$\sin 180^\circ = 0 \leftarrow \text{si ils sont opposés}$$

(2)

## REMARQUE!

un vecteur est défini par :

- sa direction (la droite AB)
- son sens (de A vers B)
- son Module  $|\vec{AB}|$

$$\vec{AB} = -\vec{BA}$$

le moins veut dire que ce sont deux vecteurs opposés

$\vec{V}_1 \parallel \vec{V}_2$   
 parallèle à  $\vec{V}_2$

$$\Rightarrow \vec{V}_1 \times \vec{V}_2 \times \sin(\theta) = 0$$

↑  
vecteur

## Coordonnées Cartésiennes (la méthode des déterminants)

$$\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

$$= \underbrace{+(y_1 z_2 - z_1 y_2)}_{x_3} \vec{i} - \underbrace{(x_1 z_2 - z_1 x_2)}_{y_3} \vec{j} + \underbrace{(x_1 y_2 - x_2 y_1)}_{z_3} \vec{k}$$

Note:

\*  $\vec{i} \wedge \vec{i} = \vec{j} \wedge \vec{j} = \vec{k} \wedge \vec{k} = \vec{0}$  (parce qu'ils sont parallèles).

et c'est bien le contraire du produit scalaire,  $\sin(\theta) = 0$   
 $\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$ .

$\odot$   $\odot$   $\odot$   $\odot$   
 \* Vecteur entrant  $\otimes$   
 \* " sortant  $\odot$

$\vec{i} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$   
 $\vec{j} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$   
 $\vec{k} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

\*  $\vec{i} \wedge \vec{j} = \vec{k}$   
 \*  $\vec{k} \wedge \vec{i} = \vec{j}$   
 \*  $\vec{j} \wedge \vec{k} = \vec{i}$

\*  $\vec{A} \wedge \vec{B} = -\vec{B} \wedge \vec{A}$   
 (le produit vectoriel est anticommutatif)

On peut les justifier à travers la méthode des déterminants.

## La justification :

$$\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = (\text{la même méthode}) .$$

$$\vec{V}_2 \wedge \vec{V}_1 = ( \quad \quad \quad ) .$$

$$\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = - \vec{V}_2 \wedge \vec{V}_1$$

$$* \quad m (\vec{A} \wedge \vec{B}) = (m\vec{A}) \wedge \vec{B} / \vec{A} \wedge (m\vec{B}) / (\vec{A} \wedge \vec{B}) m$$

est un scalaire.

# Resumé

# Cinématique

## 1. Analyse Dimensionnelle:

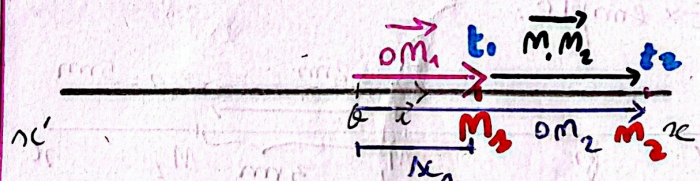
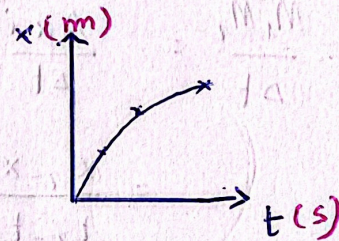
$L$  : Longueur : m  
 $M$  : Masse : Kg  
 $T$  : Temps : s  
 $MLT^{-2}$  : Force : N  
 (kg m s<sup>-2</sup>)

## Pour étudier un mouvement :

- Il faut choisir un repère ou bien (système référentiel).
- Cet objet a une certaine forme (mouvement d'un point).
- La trajectoire qui est l'ensemble des points que le mobile forme lors de son mouvement.

## I. Le MVT rectiligne

- Le Diagramme des espaces est  $x = f(t)$ .



a. position, vecteur position :

$$\vec{OM}_1 = x_1 \cdot \vec{i} = x(t_1) \cdot \vec{i}$$

b. Vecteur déplacement :

qui relie entre  $M_1$  et  $M_2$ .

$$\vec{M_1M_2} = \vec{OM}_2 - \vec{OM}_1 = \Delta OM$$

Trajectoire

une droite  
(rectiligne)

une courbe  
(curviligne) (cercle, parabole)

Cipe

$$\text{distance} = \frac{t_2}{t_1} = |\Delta x|$$

sens  $\oplus$

sens  $\ominus$

$$|x_2 - x_1| = x_2 - x_1$$

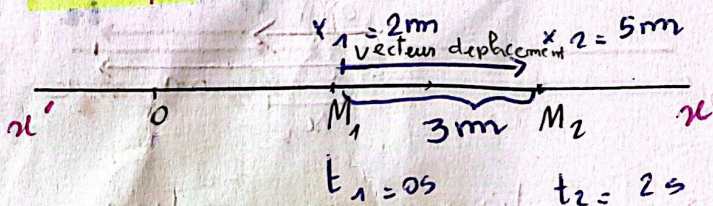
$$|x_2 - x_1| = -(x_2 - x_1)$$

### C- Vecteur vitesse moyenne:

$$\vec{v}_m = \frac{M_1 M_2}{\Delta t} = \frac{\Delta x \vec{i}}{\Delta t} \text{ (m/s)}$$

$$= \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Exemple:

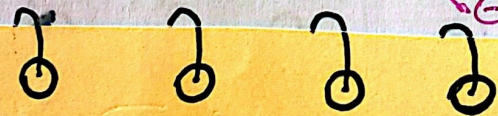


$$\vec{M_1 M_2} = \Delta x \vec{i}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 5 - 2 = 3\text{m}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 2 - 0 = 2$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = 1.5\text{ m/s} \quad \left. \begin{matrix} \oplus \\ \ominus \end{matrix} \right\} \text{le sens}$$



abaisse:

droit  $\oplus$

gauche  $\ominus$

Vecteur position OM:  $x \cdot \vec{i}$

" déplacement:  $\Delta OM = \vec{M_2 M_1}$

$$\Delta OM = \vec{OM_2} - \vec{OM_1} = x_2 \cdot \vec{i} - x_1 \cdot \vec{i} = (x_2 - x_1) \vec{i} = \Delta x \cdot \vec{i}$$

### \* Vecteur vitesse instantané (chaque instant)

Le vecteur vitesse moyenne nous donne pas assez d'infos sur le mvt  $\vec{v}$ , il nous donne juste la moyenne de vitesse.

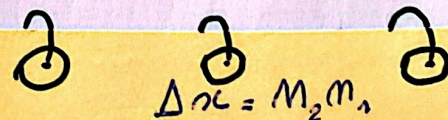
$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{v}_m \Big|_t^{t+\Delta t}$$

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i}$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} \vec{i}$$

$$\vec{v}(t) = \frac{dx}{dt} \vec{i}$$

pende de la tangente



$$\Delta x = M_2 M_1$$

nous donne le sens du mobile et la distance

Variation:  $\left. \begin{matrix} \text{شمال نزدي} \\ \text{la position } i \\ \text{باين نقلو} \end{matrix} \right\}$

$$* \Delta x = x_f - x_I$$

$$* x_f = \Delta x + x_I$$

\* Vecteur accélération moyenne:

$$\vec{a}_m \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (m/s^2)$$

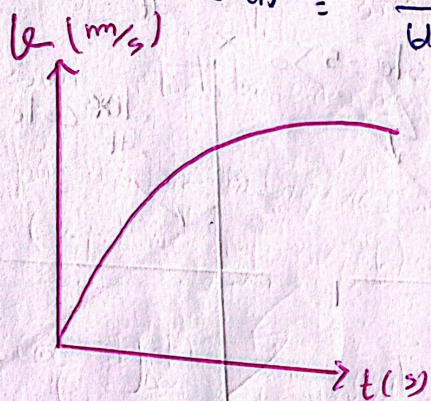
\* Vecteur accélération instantanée

$$\vec{a}(t) \Big|_t^{t+\Delta t} = \lim_{\Delta t} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$

$$= \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dx}{dt} \right)$$

(dérivée seconde)

$$\vec{a}(t) = \frac{d^2 x}{(dt)^2}$$



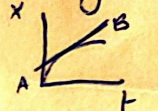
$a(t)$  est la pente de la tangente à l'instant  $(t)$

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

Vitesse instantanée

$$g \cdot t$$

la pente de la tangente



$$v(t) = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A}$$

2m dérivée

$$x(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 2$$

$$v(t) = -t$$

remarque:

$a_m$ : nous donne le rythme de la variation de la vitesse  
"chaque second 13id b..."

Type de mov

de signe de  $a \cdot v$

$a \cdot v < 0$

decelerée

$a \cdot v > 0$

accélérée

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

signe de  $a$  dépend de  $\Delta v$

$$\Delta v = v_f - v_i$$

$$v_f = \Delta v + v_i$$

+	-	○ Déce
+	+	○ Accé
-	-	○ A
-	+	○ D

$a(t) = \frac{dv}{dt}$  = accélération instantanée

gr:

la pente de la tangente de la courbe  $v(t)$

$x(t) = 2t^2 + 2$

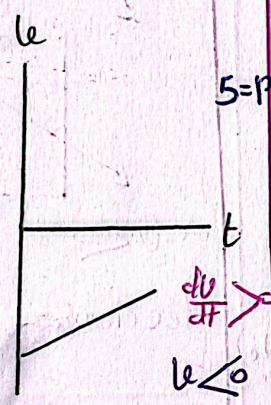
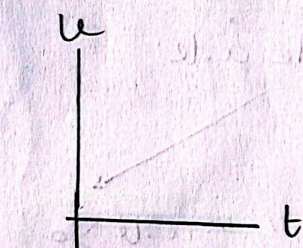
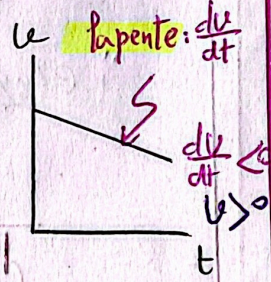
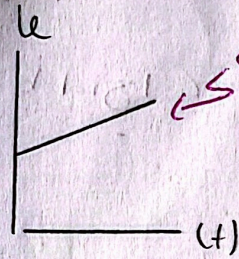
$v(t) = 4t \text{ m/s}$

$a(t) = 4 \text{ m/s}^2$

Alg:

Le signe du produit a.l

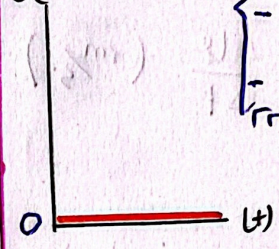
$$a.l = \frac{dl}{dt} \cdot l$$



$|l|$   
 $|-6| > |-2|$   
 $\boxed{l > 0}$

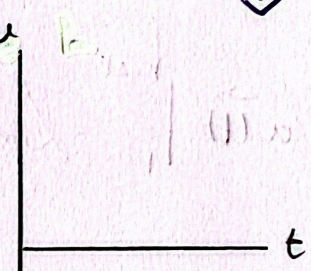
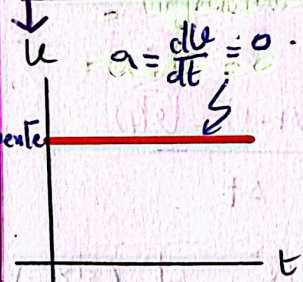
Comment déterminer la nature du mouvement ?

1<sup>er</sup> Cas :



$\left\{ \begin{array}{l} \text{trajectoire rectiligne} \\ a.l = 0 \text{ et } l \text{ cste} \\ \text{MUT rectiligne} \\ \text{uniforme} \end{array} \right.$

$a = 0 \Rightarrow l(t)$  est cste



$$\frac{dx}{dt} = -5$$

$$\frac{dl}{dt} = 0$$

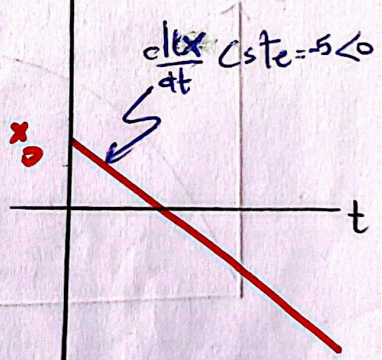
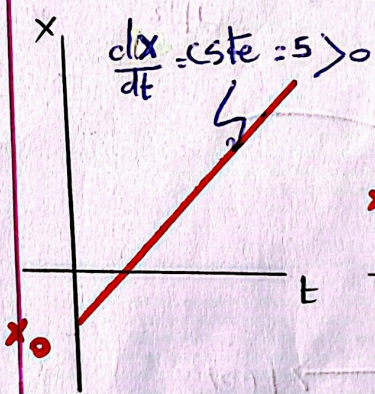


Diagramme des :

- espace :  $x = f(t)$
- vitesse  $l = f(t)$
- accélération  $a = f(t)$

On sait que :

$$l(t) = \frac{dx}{dt}$$

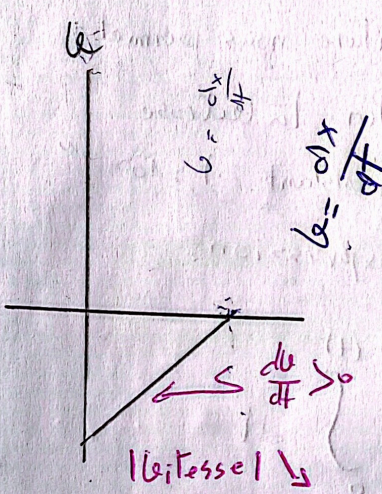
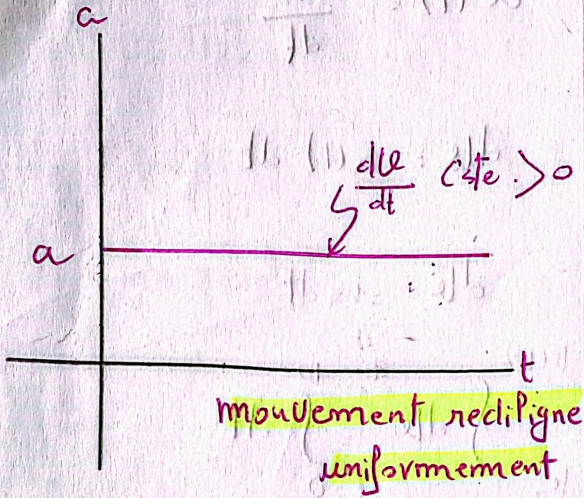
$$a(t) = \frac{dl}{dt}$$

$$a = 0 \Rightarrow l \text{ cste}$$

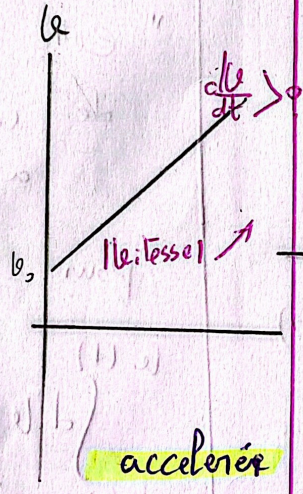
$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} \text{ cste}$$

$$\Rightarrow \text{pente de } x = f(t) \text{ cste}$$

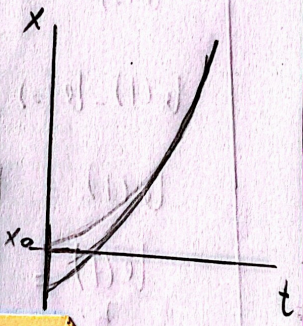
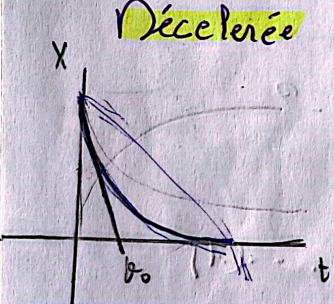
2<sup>ème</sup> Cas



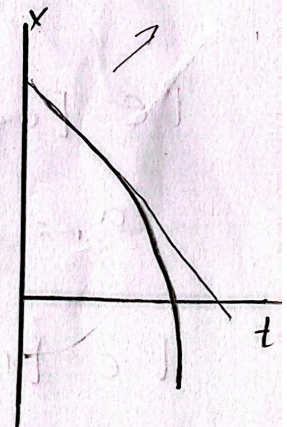
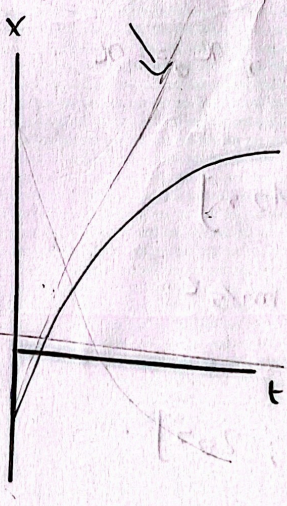
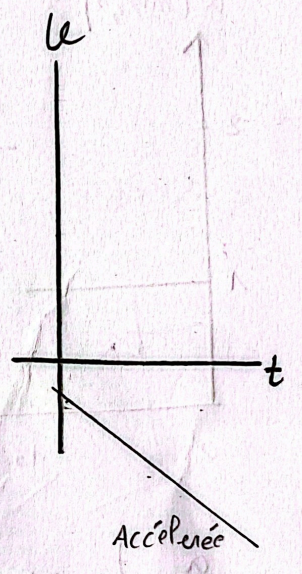
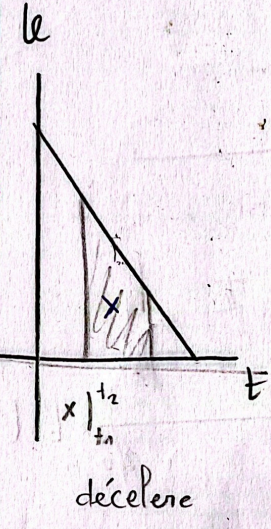
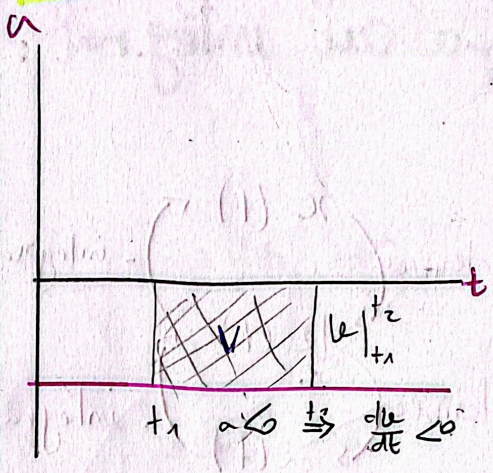
Décélérée



accélération



3<sup>ème</sup> Cas:

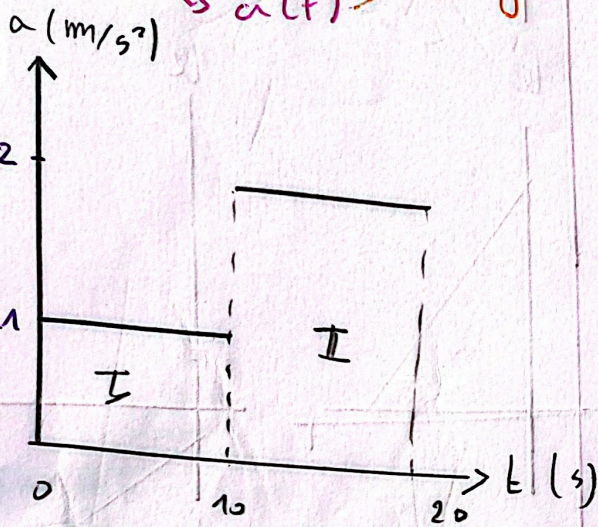
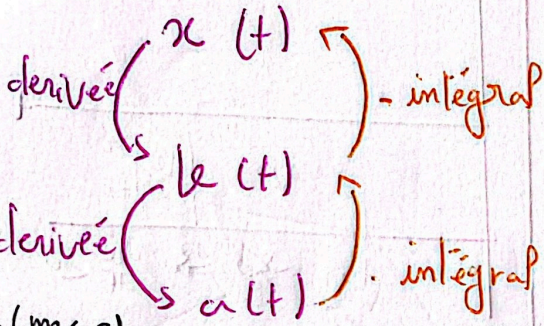


$a = \frac{dv}{dt}$   
 $v = \frac{dx}{dt}$

بیشتر a  
بیشتر a

بیشتر a  
بیشتر a

# Calcul intégral :



à  $t = 0 \text{ s}$ ,  $x_0 = x$

$t \in [0 \text{ s}; 10 \text{ s}]$

$a_1 = 1 \text{ m/s}^2$

$t \in [10 \text{ s}; 20 \text{ s}]$

$a_2 = 2 \text{ m/s}^2$

Signe de  $v$

$t \in [0 \text{ s}; 10 \text{ s}]$

$a(t) = \frac{dv}{dt}$

$dv = a(t) dt$

$dv = 1 \times dt$

$v(t) = \int_{v_0}^{v(t)} dv = \int_{t_0}^{t} dt$   
 $v_0 = 0$

" Cette écriture nous permet de calculer la vitesse à l'instant  $t = 10$  "

Pour l'expression :

$v(t) = \int_{v_0}^{v(t)} dv = \int_0^t dt$

$v(t) - v_0 = t - 0$

$v(t) = t + v_0$

$v(t) = t + 1 \quad \text{--- (1)}$

\* Conditions initiales :

$t = 0 \text{ s} \quad v_0 = v(0) = 2 \text{ m/s}$

$v_0 = v(0) = 2 \text{ m/s}$

- position  $x_0$
- vitesse  $v_0$  intégral

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

$$dx = v(t) \cdot dt$$

$$dx = (t+1) dt$$

$$\int_{x_0}^{x(t)} dx = \int_0^t (t+1) dt$$

$$x(t) - x_0 = \frac{t^2}{2} + t - \frac{0^2}{2} + 0$$

$$x(t) - 2 = \frac{t^2}{2} + t$$

$$x(t) = \frac{1}{2}t^2 + t + 2 \quad \text{--- (2)}$$

$$t \in [1\text{s}; 2\text{s}]$$

$$a_{II} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt}$$

$$dv = a(t) \cdot dt$$

$$dv = 2 \cdot dt$$

$$\int_{v(1\text{s})}^{v(t)} dv = \int_{1\text{s}}^t 2 \cdot dt$$

$$v(t) - v(1\text{s}) = 2t - 2(1\text{s})$$

$$v(t)_{II} = 2t - 2 + v(1\text{s})$$

$$v(t)_{II} =$$

pas de  $v(1\text{s})$ . (4)

Condition de continuité de la vitesse en  $t=1\text{s}$

$$v_{II}(1\text{s}) = v(1\text{s})$$

instant spécial  
travaux bin @  
et bda @.

$$v_{II}(t) = 10 + 1 = 11 \text{ m/s}$$

$$v(t)_{II} = 2t - 9 \quad \text{--- (3)}$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

$$dx = v(t) dt$$

$$dx = (2t - 9) dt$$

$$\int_{x(1\text{s})}^{x(t)} dx = \int_{1\text{s}}^t (2t - 9) dt$$

$$x(t) - x(1\text{s}) = t^2 - 9t - (2(1\text{s})^2 - 9(1\text{s}))$$
$$= t^2 - 9t - 10$$

$$x(t)_{II} = t^2 - 9t - 10 + x(1\text{s})$$

d'après @:

$$x(1\text{s}) = \frac{1}{2}(1\text{s})^2 + 10 + 2 = 62 \text{ m}$$

$$a_{II}(t) = t^2 - 9t + 52$$

$$a(t) = \begin{cases} 1 \text{ m/s}^2, & t \in [0; 10] \\ 2 \text{ m/s}^2, & t \in ]10; 20] \end{cases}$$

(la courbe) une droite

$$v(t) = \begin{cases} v_I(t) = t + 1, & t \in [0; 10] \\ v_{II}(t) = 2t - 9, & t \in ]10; 20] \end{cases}$$

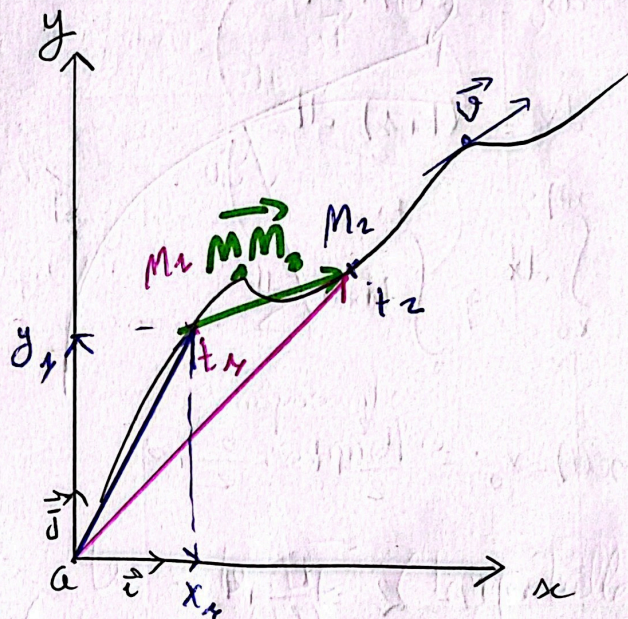
$$x(t) = \begin{cases} x_I(t) = \frac{1}{2}t^2 + t + 2, & t \in ]0; 10] \\ x_{II}(t) = t^2 - 9t + 12, & t \in ]10; 20] \end{cases}$$

$a = \text{Cste}$  (Cas particulier)

$$v(t) = at + b_0$$

$$* x(t) = \frac{1}{2}at^2 + b_0t + x_0$$

## 1. Les Coordonnées Cartésiennes = (mouvement dans le plan)



Vecteur position

$$\vec{OM}_1 = x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j} \dots (2)$$

$\rightarrow$  deplacement

$$\vec{OM}_2 = x_2 \cdot \vec{i} + y_2 \cdot \vec{j} \dots (1)$$

$$\vec{M_1M_2} = \vec{OM}_2 - \vec{OM}_1 = \Delta \vec{OM}$$

$\rightarrow$  vitesse moyenne:

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{M_1M_2}}{\Delta t} = \frac{\vec{OM}_2 - \vec{OM}_1}{\Delta t}$$

$$de \text{ @ } ct \text{ @} = \frac{\Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j}}{\Delta t}$$

$$= \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \vec{j}$$

Vitesse instantanée (dérivée)  
(tangent à la courbe)

$$\vec{v}(t) = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j}$$

$$v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Vecteur acceleration moyenne

$$\vec{a}_m \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1)}{t_2 - t_1}$$

Vecteur acceleration instantanée

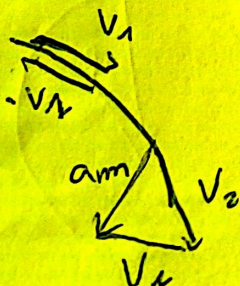
$$\vec{a}(t) = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j}$$

$$\vec{a}(t) = a_x(t) \vec{i} + a_y(t) \vec{j}$$

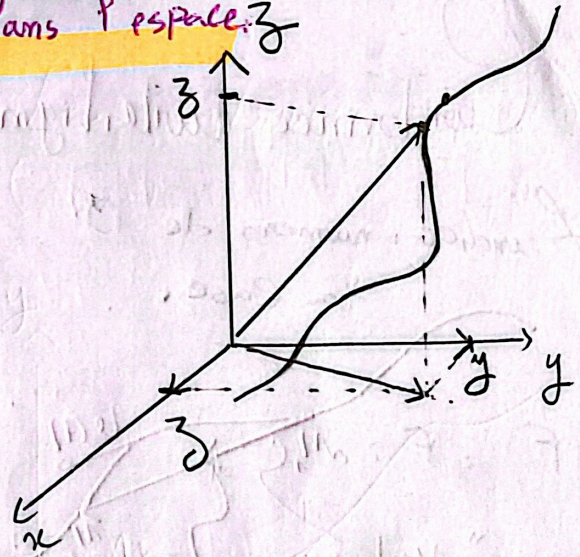
$$a(t) = \sqrt{a_x^2(t) + a_y^2(t)}$$

\* Vecteur  $\vec{v}_m \parallel \vec{v}_{\text{déplacement}}$

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



Dans l'espace z



$$\vec{om} = x(t) \vec{i} + y(t) \vec{j} + z(t) \vec{k}$$

$$\vec{M_1 M_2} = \Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j} + \Delta z \vec{k}$$

$$\vec{v}_m \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \vec{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t} \vec{k}$$

$$\vec{v}(t) = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$

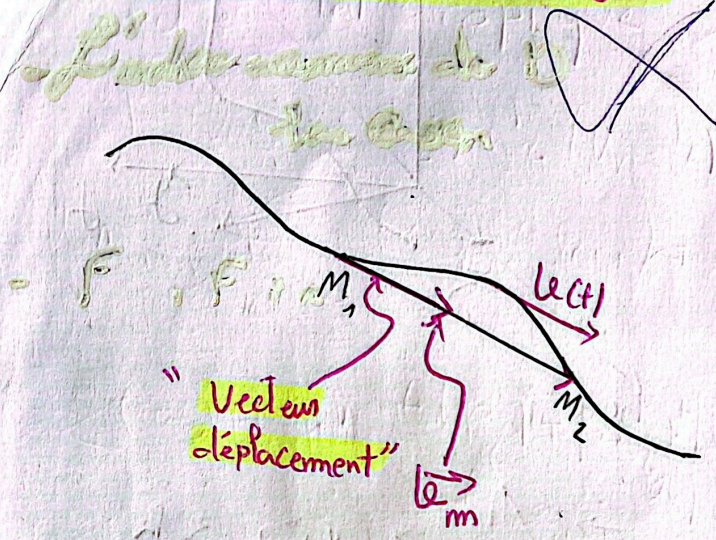
\* Tangente

$$\vec{a}_m \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} =$$

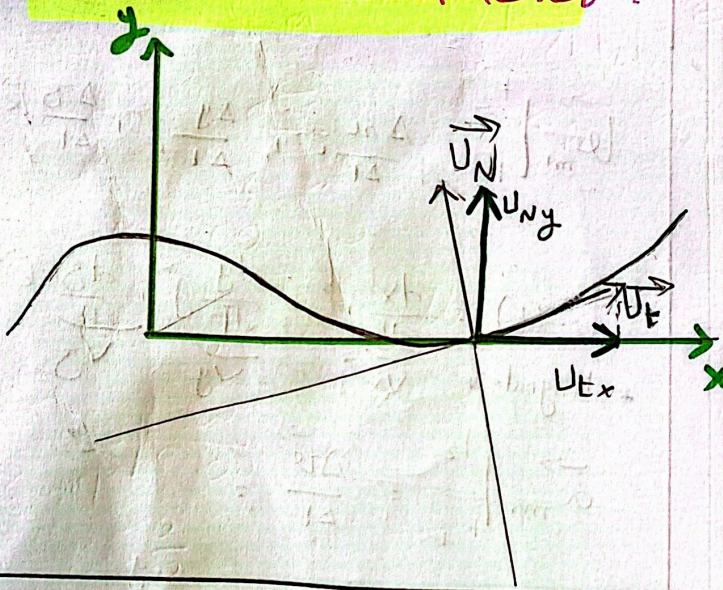
$$\vec{a}(t) = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k}$$

$$a(t) = \sqrt{a_x^2(t) + a_y^2(t) + a_z^2(t)}$$

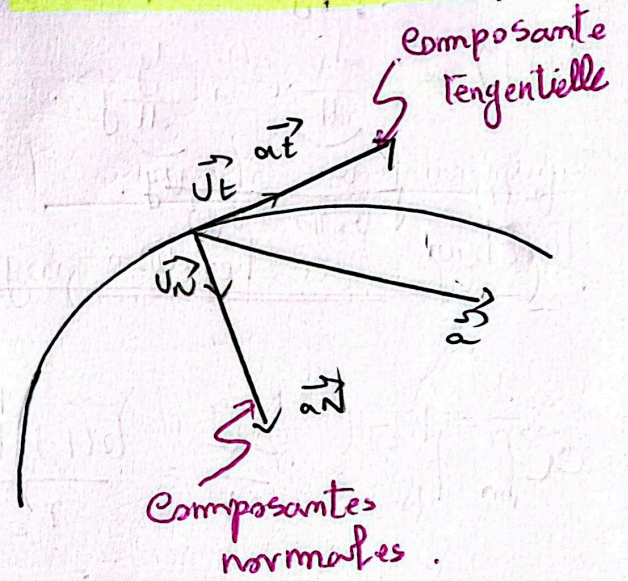
## 2- Coordonnée Curviligne



## Base de Frenet :



## Coordonnées intrinsèques



$$l = l \cdot \vec{U}_T \text{ (tangentielle)}$$

~~$$l = l \cdot \vec{U}_T \text{ (tangentielle)}$$~~

$$\vec{a} = \frac{d\vec{l}}{dt} = \frac{d(l \cdot \vec{U}_T)}{dt}$$

(La dérivée de f.g)

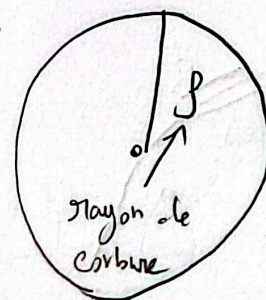
$$\vec{a} = \frac{dl}{dt} \cdot \vec{U}_T + \frac{dU_T}{dt} \cdot l$$

$$\vec{a} = \frac{dl}{dt} \cdot \vec{U}_T + \frac{l}{\rho} \cdot \vec{U}_N$$

"rayon de courbure"

$$a_T = \frac{dl}{dt}$$

$$a_N = \frac{l}{\rho}$$



Dans un mv

- rectiligne
  - $a = \frac{dv}{dt}$
  - $a_n = \frac{v^2}{\rho}$
- circulaire
  - $a = a_n = \frac{v^2}{\rho}$
  - $a(t) = \frac{dv}{dt}$
  - $a(t) = \frac{dv}{dt} = 0$

$r$  - avec une vitesse constante :

Dans les coordonnées intrinsèques

$$\vec{v} = v \cdot \vec{U}_T$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt} \vec{U}_T + v \cdot \frac{d\vec{U}_T}{dt}$$

$v = \text{conste}$

$$\vec{a} = v \cdot \frac{d\vec{U}_T}{dt} = \frac{v^2}{\rho} \vec{U}_N$$

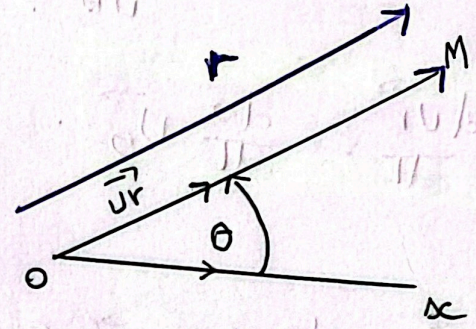
$$a = a_N = \frac{v^2}{\rho} \quad \left[ \begin{array}{l} \rho = R \\ \text{نصف القطر} \end{array} \right]$$

rem :

-  $U_r$  et  $U_\theta$  ne sont pas des vecteurs constants.

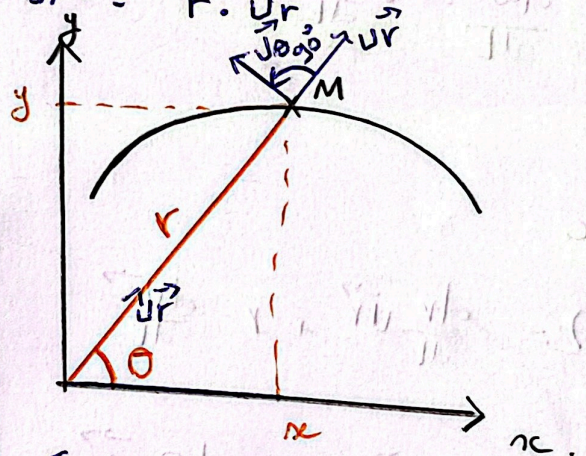
$$\vec{U}_r = \cos\theta \vec{i} + \sin\theta \vec{j}$$

$$\vec{U}_\theta = -\sin\theta \vec{i} + \cos\theta \vec{j}$$



$$r(t) = |OM|$$

$$\theta(t) = \text{P'angle entre } OM \text{ et } x$$



$$\begin{cases} x = r \cos\theta \\ y = r \sin\theta \end{cases}$$

\* vecteur position :  $\vec{r} = r \vec{U}_r$

\* vecteur vitesse :  $\vec{v} = \frac{dr}{dt} \vec{U}_r + r \frac{d\vec{U}_r}{dt}$

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt} \vec{U}_r + r \frac{d\vec{U}_r}{dt}$$

$$\frac{d\vec{U}_r}{dt} = -\frac{d\theta}{dt} \sin\theta \vec{i} + \frac{d\theta}{dt} \cos\theta \vec{j}$$

$$\frac{d\vec{U}_\theta}{dt} = -\frac{d\theta}{dt} \cos\theta \vec{i} - \frac{d\theta}{dt} \sin\theta \vec{j}$$

$$\frac{d\vec{U}_r}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \underbrace{(-\sin\theta \vec{i} + \cos\theta \vec{j})}_{U_\theta}$$

$$\frac{d\vec{U}_r}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \vec{U}_\theta$$

$$\frac{d\vec{U}_\theta}{dt} = \frac{d\theta}{dt} (-\cos\theta \vec{i} - \sin\theta \vec{j})$$

$$\frac{d\vec{U}_\theta}{dt} = -\frac{d\theta}{dt} \vec{U}_r$$

Donc

$$\vec{a}(t) = \frac{dr}{dt} \vec{U}_r + r \frac{d\vec{U}_r}{dt}$$

$$\vec{a}(t) = \underbrace{\frac{dr}{dt} \vec{U}_r}_{\vec{U}_r} + r \underbrace{\frac{d\theta}{dt} \vec{U}_\theta}_{\vec{U}_\theta}$$

$r$  : le module de  $OM$  (vecteur position)

$\vec{U}_r$  : composante radiale

$\vec{U}_\theta$  : " transversale

## Vecteur accélération

(dérivée)

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt} \vec{U}_r + r \frac{d\theta}{dt} \vec{U}_\theta$$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dr}{dt} \vec{U}_r + r \frac{d\theta}{dt} \vec{U}_\theta \right)$$

$$\frac{d\vec{a}}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2} \vec{U}_r + \frac{dr}{dt} \frac{d\vec{U}_r}{dt} +$$

$$\frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} \vec{U}_\theta + r \frac{d^2 \theta}{dt^2} \vec{U}_\theta$$

$$+ r \frac{d\theta}{dt} \frac{d\vec{U}_\theta}{dt}$$

$$\frac{d\vec{a}}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2} \vec{U}_r + \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} \vec{U}_\theta$$

$$+ \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} \vec{U}_\theta + r \frac{d^2 \theta}{dt^2} \vec{U}_\theta$$

$$+ r \frac{d\theta}{dt} \frac{d\theta}{dt} \vec{U}_r$$

$$\frac{d\vec{a}}{dt} = \left( \frac{d^2 r}{dt^2} - r \frac{d\theta}{dt} \frac{d\theta}{dt} \right) \vec{U}_r$$

$$+ \left( \frac{d\theta}{dt} + \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} + r \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right) \vec{U}_\theta$$

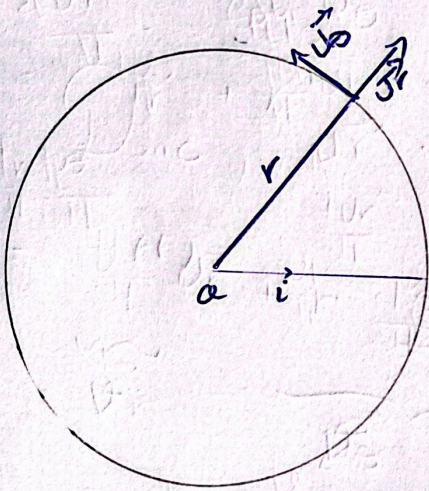
$$\frac{d\vec{a}}{dt} = \left( \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right) \vec{U}_r +$$

$$\left( 2 \frac{d\theta}{dt} \frac{dr}{dt} + r \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right) \vec{U}_\theta$$

donc .

$$\vec{a} = a_r \vec{U}_r + a_\theta \vec{U}_\theta$$

Exemple dans un mouvement  
circulaire ( $R = \text{cste}$ ).



$$\vec{r} = r \vec{U}_r + r \vec{U}_\theta \quad (\perp)$$

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt} \vec{U}_r + r \cdot \frac{d\vec{U}_r}{dt} \\ &= r \cdot \frac{d\vec{U}_r}{dt} \end{aligned}$$

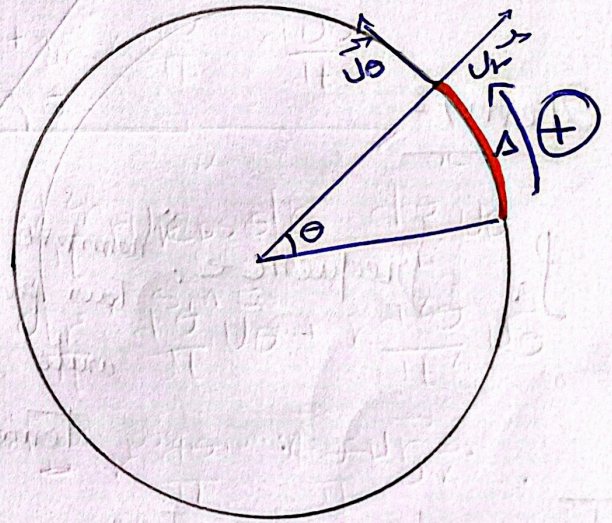
$$v = \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\vec{U}_r}{dt} + r \frac{d^2 \vec{U}_r}{dt^2}$$

$$v = \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\theta}{dt} \vec{U}_\theta + r \frac{d^2 \vec{U}_r}{dt^2}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \left( \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right) \vec{U}_r \\ &+ \left( 2 \frac{d\theta}{dt} \frac{dr}{dt} + r \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right) \vec{U}_\theta \end{aligned}$$

$$\vec{a} = \underbrace{- \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2}_{a_r} \vec{U}_r + \underbrace{r \frac{d^2 \theta}{dt^2}}_{a_\theta} \vec{U}_\theta$$

## Mouvement Circulaire :



$$\Delta = R \cdot \theta \quad (\text{Abscisse angulaire})$$

$$v = \frac{d\Delta}{dt} = \frac{d(R \cdot \theta)}{dt} = R \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

$$= R \cdot \omega \quad \left( \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega = \text{vitesse angulaire.}$$

$$\frac{dv}{dt} = R \cdot \frac{d\omega}{dt} = R \cdot \alpha$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \alpha = \text{accélération angulaire (rad/s}^2\text{)}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} + a_N \vec{u}_N$$

$$= R \cdot \alpha \vec{u}_T + R\omega^2 \vec{u}_N$$

$$a_T = \frac{dv}{dt} = R\alpha \quad a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{R^2 \omega^2}{R} = R\omega^2$$

Revis:

f: fréquence: "nombre de tours par unité de temps"

T = durée d'un tour complet

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \cdot (\text{MCU})$$

$$v = \omega \cdot R \quad \frac{v}{R} = \frac{2\pi}{T}$$

rebroussement =

ou la vitesse s'annule

- ds la vitesse c'est

un (-) de sens

# Resumé Dynamique

## I. Principe d'inertie (القصور الذاتي)

- particule libre = celle qui n'est soumise à aucune interaction

- P.L se déplace suivant un m.V.T.R.U, si elle est en repos elle le restera.

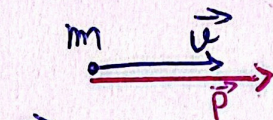
- un repère Galiléen ou P.inertie est un repère dont le quel le P.I est valable

- عظام كبيرة = كتلة كبيرة = كبير

\* inerte = عاقل =

\* la résistance que pose un corps à tout modification de son état de mvt.

## II. La Quantité de mouvement:



$$\vec{P} = \vec{q} = m \cdot \vec{v} \quad [m \cdot Kg \cdot s^{-1}]$$

- m direction / sens avec  $\vec{v}$

même, un système qui se compose de plusieurs particule

$$\vec{P}_{tot} = \sum \vec{P}_i$$

une particule libre se déplace toujours suivant une quantité de mouvement  $\vec{P}_{inerte}$  dans un repère "Galiléen"

Principe de Conservation  
de la quantité de mouvement :

\* Un système physique isolé possède une quantité de mouvement

C'est :

Exemple: Soit un système isolé formé de 2 p.

$t = t_0$

$P_1$  et  $P_2$

$t = t_0$

$P'_1$  et  $P'_2$

Donc :

$P_1 + P_2 = P'_1 + P'_2$  (P.C q.mvt)  
= Cste.

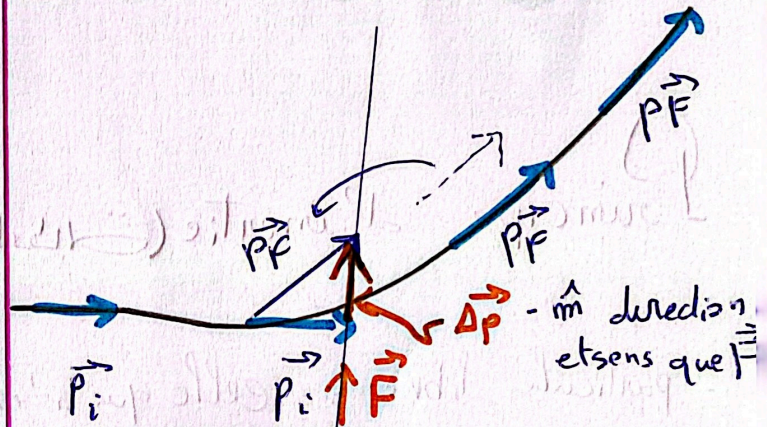
\* ہمیں  $\vec{p} = 0$  کی حالت

کی بوزہ کئی عطا کی گئی

\*  $\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$

III. Lois de Newton:

- suite quantité de mouvement :



$\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$

$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$

quand l'intervalle est petit  $\vec{F} \approx \Delta \vec{p}$

$\vec{F}(t) = \frac{d\vec{p}}{dt}$

On a :

$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2$

$\vec{P}_1 - \vec{P}'_1 = \vec{P}'_2 - \vec{P}_2$

$(\vec{P}'_1 - \vec{P}_1) = -(\vec{P}'_2 - \vec{P}_2)$

$\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

Projection (0, ay)

$$a_x(t) = 0 \text{ m/s}^2$$

$$a_y(t) = -g \text{ m/s}^2$$

Done

$$\begin{cases} v_x(t) = a_x t + v_{0x} \\ v_y(t) = a_y t + v_{0y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{v_{0x}}{v_0} \\ \sin \alpha = \frac{v_{0y}}{v_0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos \alpha \\ v_y(t) = -g t + v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

$$x(t) = \frac{1}{2} a_x t^2 + v_{0x} t + x_0$$

$$y(t) = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_{0y} t + y_0$$

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha t + x_0 \quad \text{--- (2)} \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \alpha t + y_0 \quad \text{--- (3)} \end{cases}$$

L'equation de la trajectoire:

$$t = \frac{x(t)}{v_0 \cos \alpha} \quad \text{--- (3)}$$

(3) dans (2)

$$y(t) = -\frac{1}{2} g \left( \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 +$$

$$v_0 \sin \alpha \left( \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)$$

$$y(t) = -\frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot x$$

(3)

Somme  $= 0$

\*  $v_y$  Somme  $= 0$

$$v_y t_s = 0$$

$$-gt_s + v_0 \sin \alpha = 0$$

$$t_s = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$h = y t_s = \text{equation } y$

$$y_s = \frac{-g}{2} t_s^2 + v_0 \sin \alpha t_s$$

On remplace  $t$ .

Au point C :

au point C :

$$y = 0$$

$$y_c = \left( \frac{-g}{2} t^2 \right) + v_0 \sin \alpha t = 0$$

$$t_c = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g}$$

La portée  $x_c$  :

$x_c$  (portée)

On a :

$$x_c = v_0 \cos \alpha t_s$$

On remplace.

rem :

$$h_s = h_{\max} \Rightarrow$$

$$\sin \alpha = 1$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

$$x_c = x_{c \max} \Rightarrow$$

$$\sin 2\alpha = 1$$

$$2\alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

# Le Principe Fondamental

de la dynamique:

## 2ème loi de Newton

Objet de masse  $m$  constante subit une force  $\vec{F}$ , il aura une accélération

donnée:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \text{R.F.D.}$$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Somme des forces

seulement qd la masse est constante

$$\star \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

(démonstration)

Le Principe de l'action et la réaction: (3ème loi de Newton)

Si un objet A agit sur un objet B avec une force  $\vec{F}_{A/B}$  donc B agit sur A avec une force

$$\vec{F}_{B/A} = -\vec{F}_{A/B}$$

## Démonstration:

(deux) système isolé un

$$\vec{P}_{tot} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

$$P'_{tot} = \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2$$

$$\vec{P}_{tot} = \vec{P}'_{tot}$$

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2$$

$$\vec{F}_1 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta P_1}{\Delta t} = - \frac{\Delta P_2}{\Delta t} \end{array} \right\} \cdot \vec{F}_2$$

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

Enoncé:

1ère loi de Newton:

une particule qui n'est soumise à aucune force est en repos ou bien en M.R.U.

## Loi de Newton:

Soit une particule (de) masse  $m$ , de vitesse  $\vec{v}$  et de q'te de mlr  $\vec{p} = m\vec{v}$ .

- La dérivée de  $\vec{p}$  par rapport au temps  $\Delta t$  est égale à la Force s'exerçant sur cette particule.

## Rem:

\* Le poids d'un objet c'est  $F_{T/O}$  (force exercée par la terre sur un objet).

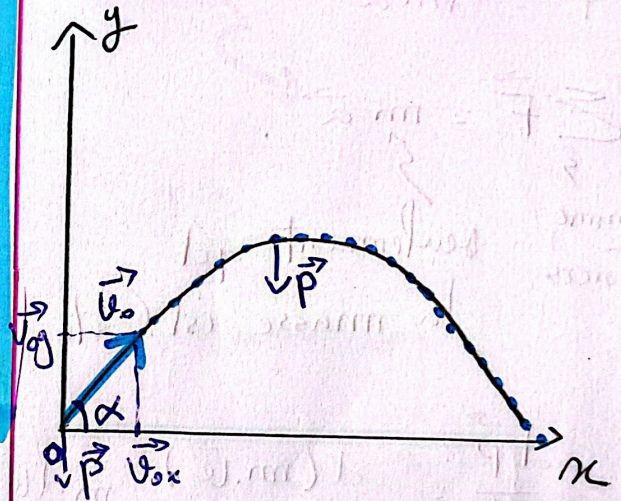
$$\vec{p} = m\vec{g}$$

1- Le poids d'un obj au voisinage de la surface de la terre:

$$\vec{a} = \text{cste} = \vec{g} = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$\vec{g}$  est dirigé vers le Centre de la terre.

## Mouvement d'un projectile



PFD:

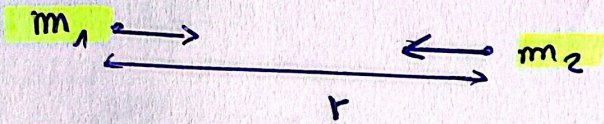
$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{p} = m\vec{a} \quad \vec{p} = m\vec{g}$$

\* tout les objets en voisinage de la terre tombe avec la m<sup>^</sup> accélération

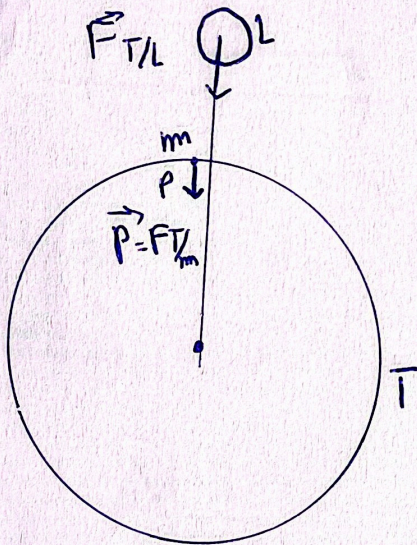
# 1) Loi de Gravitation

Universelle :



$$|\vec{F}_{1/2}| = |\vec{F}_{2/1}| = \frac{G m_1 m_2}{r^2}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ S.I.}$$



$$P = mg_0 = \frac{G M_T m}{R_T^2}$$

masses de la terre

rayon de la terre.

$$g_0 = \frac{G M_T}{R_T^2} = 9,79 \text{ m/s}^2$$

$$g_0 = \frac{G M_T}{R_T^2}$$

$$g(r) = \frac{G M_T}{r^2}$$

$$\frac{g(r)}{g_0} = \frac{R_T^2}{r^2} = \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$$

$$g(r) = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$$

## 2) Satellite "fixe" "géostationnaire"

- Il décrit une orbite circulaire autour de la terre.

- Il doit effectuer une rotation de 24h.

$$T = 24 \text{ h}$$

\* Si l'objet se trouve à une distance  $h$  de la terre alors.

$$g_0 = \frac{G M_T}{(R_T+h)^2}$$

$$= \frac{G m M_T}{r^2} = \frac{GM_T}{r^2}$$

$$ma = \frac{G M_T m}{r^2}$$

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

$$F_T = \frac{2\pi r}{T}$$

$$ma = \frac{G m M_T}{(R_T + h)^2}$$

$$a_N = \frac{G m M_T}{(R_T + h)^2} = \frac{v^2}{r}$$

$$v^2 = \frac{G M_T}{(R_T + h)} \quad \text{--- (1)}$$

$$T^2 = \frac{(2\pi r)^2}{v^2}$$

$$v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{G M_T r}{(R_T + h)}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G M_T}$$

donc

$$r = \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4\pi^2}} \quad \text{--- done}$$



$$\frac{4\pi^2 r^3}{G M_T} = T^2$$

--- done

$$r = \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4\pi^2}}$$

--- done

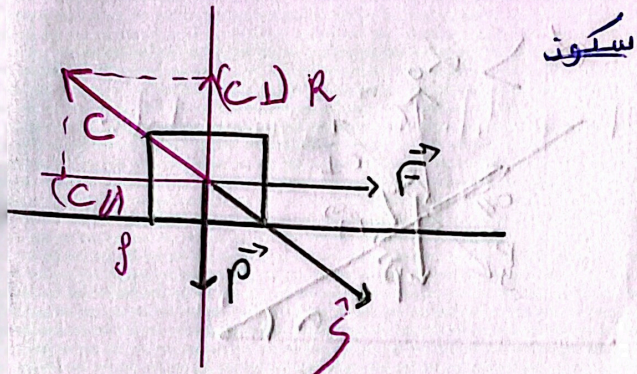
--- done

$$\frac{4\pi^2 r^3}{G M_T} = T^2$$

--- done

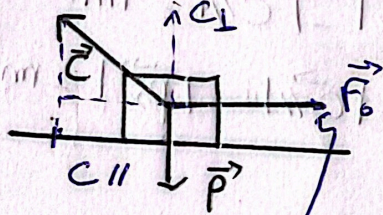
$$\frac{4\pi^2 r^3}{G M_T} = T^2$$

# les forces de Contactes :



une force qui essaye de  $\Rightarrow$  une force qui gêne dans le sens opposé

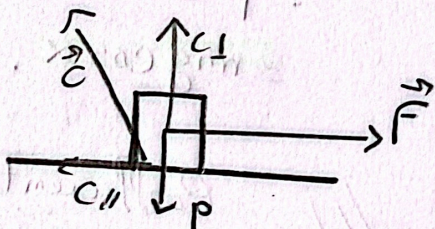
Cas statique



limite

si on ajoute charge l'objet bouge.

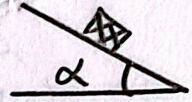
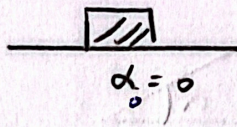
$F_0 > C_{||}$   
il bouge



quand il bouge  $C_{||} = C_{ste}$  (ينقى وثبت)

donc il est independant de F.

# Frottement



il bouge

\* rupture de l'équilibre :  
خسر في التوازن

- $\sum \vec{F} = 0$
- repos
  - rupture de l'équilibre
  - équilibre

"limite"

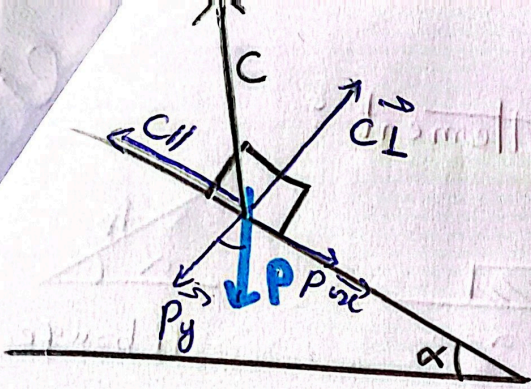
\* rupture de l'équilibre = Fin de l'équilibre

\* Corp au repos :

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

en équilibre

$$\vec{a} = 0$$



Corps en équilibre.

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

$$\vec{C} = -\vec{P}$$

en rupture de l'équilibre

$$\alpha = \alpha_0 \text{ et } \vec{P} = \vec{C}$$

$$|\vec{P}_{\parallel}| = |\vec{C}_{\parallel}| = mg \sin \alpha_0$$

$$|\vec{P}_{\perp}| = |\vec{C}_{\perp}| = mg \cos \alpha_0$$

$$\mu_s = \frac{|\vec{C}_{\parallel}|}{|\vec{C}_{\perp}|} = \tan \alpha_0$$

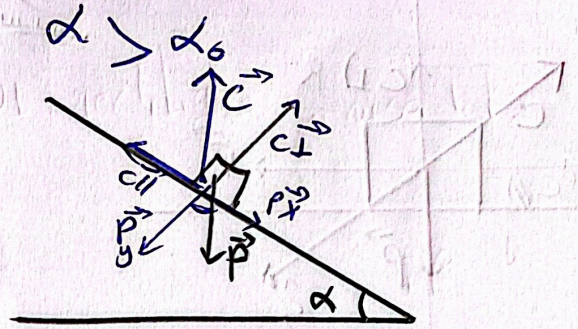
Coefficient de frottement statique.

$C_{\parallel}$  et  $C_{\perp}$  composante de  $C$  à la rupture de l'équilibre

si on descend  $\mu_d = \mu_s$  = Coefficient de frottement dynamique.

$$\mu_d = \frac{|\vec{C}_{\parallel}|}{|\vec{C}_{\perp}|} \left\{ \begin{array}{l} \text{après le} \\ \text{mut} \end{array} \right.$$

Dans le cas du mut:



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{C} = m\vec{a}$$

$$|\vec{P}_{\parallel}| - |\vec{C}_{\parallel}| = m|\vec{a}|$$

$$|\vec{C}_{\parallel}| = |\vec{P}_{\parallel}| - m|\vec{a}|$$

et

$$|\vec{P}_{\perp}| = |\vec{C}_{\perp}| = \text{parce que} \\ \text{ya pas de mut sur } y \perp \\ = \mu \cos \alpha \\ = mg \cos \alpha$$

# Force élastique:

## Force de rappel:

$$\vec{T} = T x \vec{i}$$

$$T x = - k (P - P_0)$$

Constante de  
raideur

longueur à vide  
du R

longueur du  
ressort avec m  
accroché

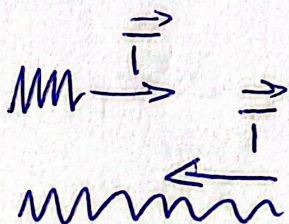
$$\sum F = 0$$

$$|\vec{P}| = |\vec{T}| = mg = k(P - P_0)$$

En mvt :

$$|\vec{P}| - |\vec{T}| = ma = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$mg - k(P - P_0 + x) = ma$$



# Rem

$$1. M_s > M_g$$

parce que dans le mvt

Cl diminue donc

$M_{cl}$  diminue.

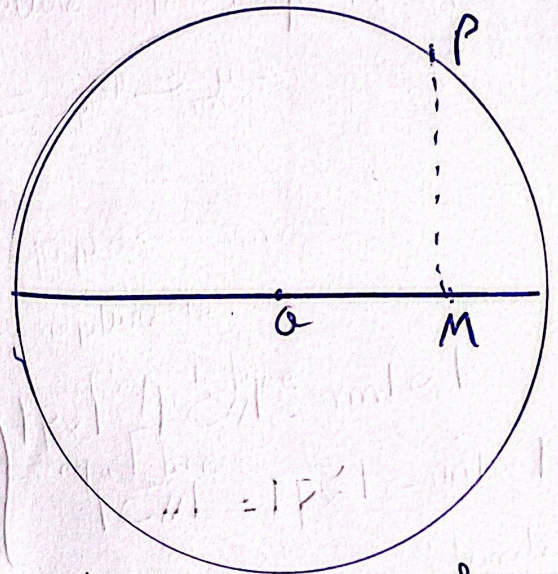
Cl ne change pas.

2.  $M_{cl}$  est l'este au mvt.

\* On utilise  $M_s$  dans la limite et pas dans le repass

# Les Forces élastiques

Mvt rectiligne sinusoïdal.



bas et haut = mvt rectiligne sinusoïdale.

$$\vec{OM} = x \vec{i}$$

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

amplitude

- x max  
- dis max

$$\omega = \omega \cdot R$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$-A \leq x \leq A$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -R \sin(\omega t + \varphi)$$

\*  $M_s$  = rupture de l'équilibre.

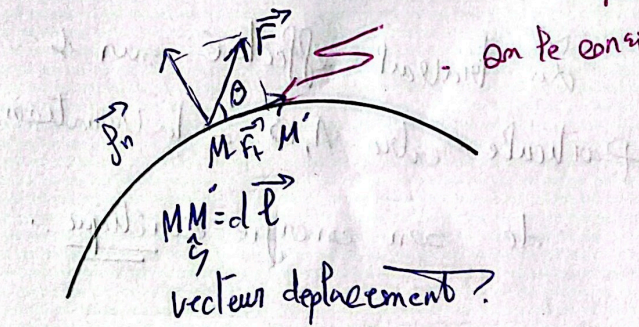
\*  $M_{cl}$  : pendant le mvt.

# Travail et Énergie :

## 1 - Travail

- déplacement infiniment petit

- on le considère rectiligne.



$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{P} = F \cdot dP \cdot \cos \alpha$$

Le produit scalaire entre

le vecteur  $\vec{F}$  et

le vecteur déplacement.

Projection de  $d\vec{P} = \vec{MM}'$

$$W_A^B(\vec{F}) = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{P}$$

$$[W] = [F] \cdot [L]$$

$$[W] = [M][L][t]^{-2}$$

p.g  $\uparrow$

$$[W] = [M][L][t]^{-2}$$

$$W(\vec{F})$$

Donc :

$$\cos \theta = \frac{dP}{F} \Rightarrow dP = \cos \theta \cdot F$$

$$dW = \int F \cdot dP \quad \text{déplacement}$$

$$W_A^B(\vec{F}) = \int_A^B \vec{F}_t \cdot d\vec{P}$$

## Exception :

$$* W_A^B(\vec{F}) = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{P}$$

$$= F \int_A^B dP$$

F constante

$$W_A^B(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB}$$

\* F est perpendiculaire au déplacement

$$* \vec{F} \perp \vec{MM}' \Rightarrow W(\vec{F})_A = 0$$

\* La puissance est :

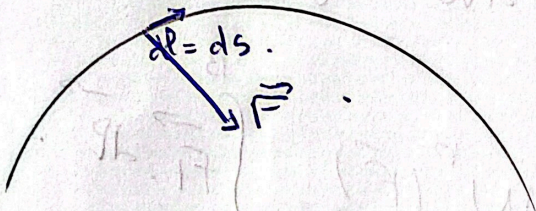
$$* P_A = \frac{W_A^B}{dt} [P] = W(\vec{F}) \cdot \vec{v}$$

$$* \text{Puissance instantanée : } P = \frac{dW}{dt}$$

# nergie cinétique

$$W_A^B(\vec{F}) = \int_A^B \vec{F}_t \cdot d\vec{s}$$

$\Delta s \leftarrow$  déplacement.



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$F_t = m a_t$$

$$F_t = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$W_A^B(\vec{F}) = \int_A^B m \cdot \frac{dv}{dt} ds = \int_A^B m \cdot v \cdot \frac{ds}{dt} dt$$

$$= \int_A^B m v dv = \left[ m \frac{v^2}{2} \right]_{v_A}^{v_B}$$

$$W_A^B(\vec{F}) = \underbrace{\frac{1}{2} m v_B^2}_{EC} - \frac{1}{2} m v_A^2$$

$$W_A^B(\vec{F}) = \Delta EC = EC_B - EC_A$$

$$* EC = \frac{1}{2} m v^2$$

$$EC = \frac{p^2}{2m} \quad p = \text{q.tité de mv}$$

## 3. Théorème de l'énergie cinétique :

Le travail effectué sur une particule entre A, B = la variation de son énergie cinétique.

$$W(\vec{F}) \Big|_A^B = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$$

$$= EC_B - EC_A$$

$\sum_A^B W(\vec{F}_{ext})$   
Conservatif  
 et non  
Conservatif

$$p = mv$$

$$v = \frac{p}{m}$$

$$EC = \frac{1}{2} m v^2$$

$$EC = \frac{p^2}{2m}$$

# energie potentielle :

1/ Ep d'une particule soumise à la force de gravitation.

$$W(F) = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{P} \quad \text{deplacement}$$

$$W_A^B(F) = \int_A^B -\frac{GMm}{r^2} \vec{u} \cdot d\vec{P}$$

$$= -GMm \int_A^B \frac{1}{r^2} dP$$

$$= -GMm \int_A^B r^{-2} dP$$

$$= -GMm \left[ -\frac{1}{r} \right]_A^B$$

$$= -GMm \left( -\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

$$* Ep(r) = \frac{-GMm}{r} + C$$

$r = R+h$

$$Ep(r=0) = 0 \quad C = 0$$

2/ Au voisinage de la terre :

$$r = R+h$$

On a  $r = R+h$

$$Ep(h=0) = 0$$

$$Ep(r) = -\frac{GMm}{r}$$

$$Ep(h=0) = 0 \iff$$

$$-\frac{GMm}{r} + C = 0$$

$$C = \frac{GMm}{r}$$

$$Ep(h) = -\frac{GMm}{R+h} + \frac{GMm}{R}$$

$$Ep(h) = \frac{GMm h}{R^2}$$

$$Ep(h) = mgh$$

# Energie Totale:

$$E_T = E_K + E_P$$

$$W(\vec{F})_A^B = E_P(A) - E_P(B)$$

$$W(\vec{F})_A^B = E_C(B) - E_C(A)$$

$$E_P(A) - E_P(B) = E_C(B) - E_C(A)$$

$$E_C(A) + E_P(A) = E_C(B) + E_P(B)$$

$$E_{CA} + E_{PA} = E_{CB} + E_{PB}$$

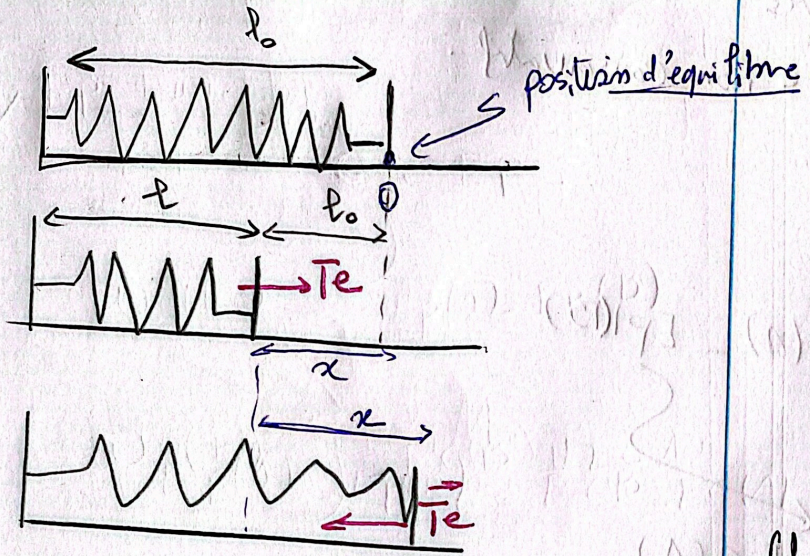
$$E_P(h) = \frac{mgh}{R}$$

$$E_P(h) = \frac{mgh}{R}$$

$$E_P(h) = mgh$$

# Energie potentielle élastique :

# Les Force Conservative



- Force de gravitation
- Force élastique

$$T = k \cdot \Delta l$$

$$\vec{T} = -k \cdot x \vec{i}$$

$$W_A^B(\vec{F}) = \Delta EC \Big|_A^B = E_p(A) - E_p(B)$$

$$E_T A = E_T B$$

$$W_A^B(\vec{T}_e) = \int_A^B \vec{T}_e \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_A^B -kx \, dx$$

$$dW = -T_e dx$$

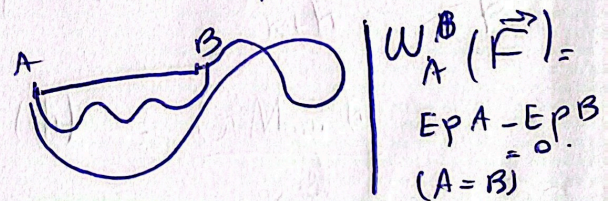
$$= \int_A^B \frac{1}{2} k x^2$$

$$= \frac{1}{2} k x_B^2 - \frac{1}{2} k x_A^2$$

$$= E_{pe}(A) - E_{pe}(B)$$

une force conservative :

- \* conserve  $E_T$
- \*  $W$  ne dépend pas du chemin



- \*  $W$  d'une force  $\vec{F}_s$  dans un chemin fermé est nulle

$$E_{pe}(x) = \frac{1}{2} k x^2 + C \rightarrow E_{pe}$$

$$E_{pe} = 0 \quad x = 0 \rightarrow E_{pe}(x) = \frac{1}{2} k x^2$$

$$E_T = EC + E_{pe}$$

nom de l'énergie totale

$$\Delta E_T = \sum W \text{ des forces non conservatives.}$$

$$E_{Tf} - E_{Ti} = \sum W \text{ force non conservatif.}$$

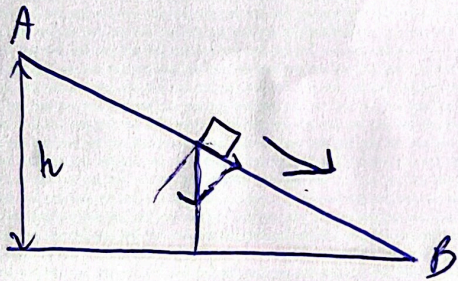
une force conservatif:

$$W(F_c) = -\Delta E_P = E_P(A) - E_P(B)$$

$$W(F_c) = E_C(B) - E_C(A)$$

$$E_{Tf} = E_{Ti} \text{ (conservatif)}$$

force  $\perp$  au déplacement  
 $\rightarrow W(\vec{F}) = 0$ :



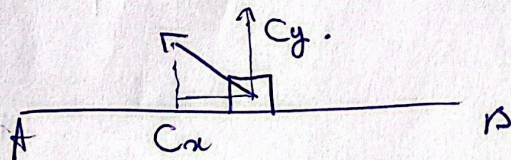
$$W(\vec{P}) = +mgh \quad (\searrow)$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{AB}$$

$$*h = AB \sin \alpha$$

$$W(\vec{P}) = -mgh \quad (\nearrow)$$

$W(\text{frottement})$



$$W(C_x) = C_x \times AB \cos(\alpha)$$

$$W(C_x) = -C_x AB$$

$$W(C_x) = -\mu_d C_y \times AB$$

si toutes les forces  
sont conservatives.

$$E_{Tf} = E_{Ti}$$

$$\Delta E_T = 0$$

$$E_{Tf} - E_{Ti} = W(\vec{C}_x)$$

force non conservatif

$$|\vec{T}| = kx$$

$$W(Te) = E_{pe}^{\text{fin}} - E_{pe}^{\text{ini}}$$

$$= -\frac{1}{2} kx^2$$

Force non conservatives

- Les frottements.

$$W(F_{\text{cons}}) = -\Delta E_P$$